الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي دورة 2025

الشعبة: علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 03 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأوّل

التمرين الأول: (04 نقاط)

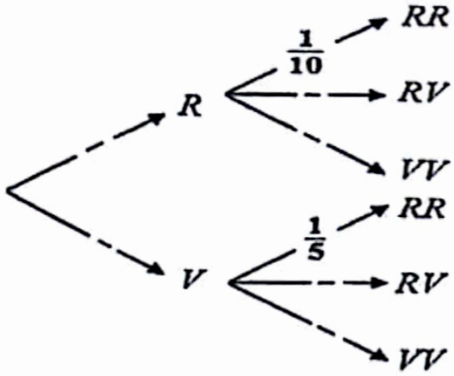
يحتوي صندوق U_1 على 5 كريّات منها: كريّتان حمراوان وثلاث كريّات خضراء، ويحتوي صندوق U_2 على 5 كريّات منها: ثلاث كريّات حمراء وكريّتان خضراوان (جميع الكريّات متماثلة ولا نفرق بينها باللّمس).

نسحب عشوائيا 3 كريّات بالكيفية التّالية: نقوم بسحب كريّة واحدة من U_1 ونسجّل لونها.

- إذا كانت الكريّة المسحوبة حمراء نعيدها إلى U_1 ثمّ نسحب منه عشوائيا كريّتين في آن واحد.
- وإذا كانت الكريّة المسحوبة خضراء نضعها في U_2 ثمّ نسحب منه عشوائيا كريّتين في آن واحد.

نعتبر الحوادث R : « الحصول على كريّة حمراء » ، V: « الحصول على كريّة خضراء »

A : « الحصول على 3 كريّات من نفس اللّون » ، B : « الحصول على كريّة خضراء على الأقل »



1) انقل وأكمل شجرة الاحتمالات المقابلة.

2) احسب احتمالي الحادثتين A و B

3) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكلّ عملية سحب لثلاث كريّات بالكيفية السّابقة عدد الكريّات الحمراء المسحوبة.

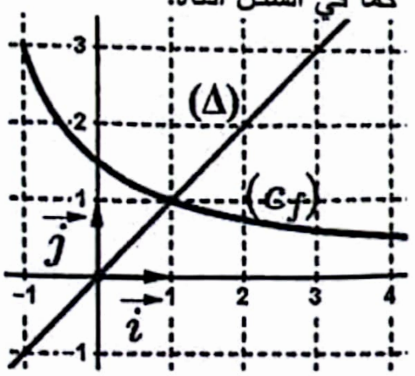
- عيّن قانون احتمال المتغيّر العشوائي X ثمّ احسب أمله الرياضياتي.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1) f الدّالة المعرّفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{3}{x+2}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=x$ كما في الشّكل أدناه.

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ:

$u_0=-1$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$



أ) انقل الشّكل على ورقة الإجابة ثمّ مثّل على حامل محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 (دون حسابها مبرزا خطوط التّمثيل).

ب) ضع تخمينا حول اتّجاه تغيّر المتتالية (u_n) وتقاربها.

2) (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \dfrac{1-u_n}{3+u_n}$

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسيّة أساسها $-\dfrac{1}{3}$ ثمّ اكتب v_n بدلالة n

ب) استنتج كتابة u_n بدلالة n ثمّ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

3) احسب بدلالة n كلّا من S_n و T_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ و $T_n = \ln|v_0| + \ln|v_1| + \cdots + \ln|v_n|$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) حلّ في مجموعة الأعداد المركّبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية: $(iz+2)\left(z^2+2\sqrt{3}\,z+4\right)=0$

2) المستوي المركّب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ و A ، B ، C نقط من المستوي لاحقاتها على الترتيب z_A ، z_B و z_C حيث: $z_A = 2i$ ، $z_B = -\sqrt{3}+i$ و $z_C = \overline{z_B}$

أ) اكتب كلاّ من z_A ، z_B و z_C على الشكل المثلثي.

ب) استنتج أنّ النقط A ، B و C تنتمي إلى نفس الدّائرة التي يُطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

جـ) حدّد طبيعة المثلث ABC ثمّ عيّن لاحقة مركز ثقله.

3) z عدد مركّب حيث: $z=(\cos\theta+i\sin\theta)z_A$ و θ عدد حقيقي مع $0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$

- عيّن قيمة θ بحيث يكون $\dfrac{5\pi}{6}$ عمدة للعدد z

التمرين الرابع: (07 نقاط)

f الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=e^{2x}-e^{x}-x-2$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$).

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ وبيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

ب) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y=-x-2$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $-\infty$

جـ) ادرس الوضع النّسبي للمنحني (C_f) والمستقيم (Δ)

2) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x)=(e^{x}-1)(2e^{x}+1)$

ب) استنتج اتّجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) بيّن أنّ المنحني (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ(Δ)، يُطلب تعيين معادلة له.

4) أثبت أنّ للمعادلة $f(x)=0$ حلّين فقط α و β ثمّ تحقّق أنّ: $-2{,}2<\alpha<-2{,}1$ و $0{,}8<\beta<0{,}9$

5) بيّن أنّ المنحني (C_f) يقبل نقطة انعطاف، يُطلب تعيين إحداثييها.

6) أ) ارسم كلاّ من (Δ) ، (T) و (C_f)

ب) ناقش بيانيا وحسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $e^{2x}-e^{x}-m-2=0$

7) احسب بـالسنتيمتر المربّع $\mathcal{A}$ مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحني (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $y=-x-2$ ، $x=-1$ و $x=0$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

1) انشر $(1+i)^2$ ثمّ حلّ في مجموعة الأعداد المركّبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية: $z^2=8i$

2) المستوي المركّب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ و A ، B ، C نقط من المستوي لاحقاتها على التّرتيب z_A ، z_B و z_C حيث: $z_A=2+2i$ ، $z_B=-z_A$ و $z_C=\overline{z_B}$

أ) اكتب كُلاًّ من z_A ، z_B و z_C على الشكل المثلّثي.

ب) استنتج أنّ النّقط A ، B و C تنتمي إلى نفس الدّائرة التي يُطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

3) تحقّق أنّ: $z_A-z_C=i\left(z_B-z_C\right)$ ثمّ حدّد طبيعة المثلّث ABC

4) عيّن z_D ، z_E لاحقتي النّقطتين D ، E على التّرتيب حتى تكون النقطة C مركز المربّع $ABDE$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

I) يحتوي صندوق U_1 على 6 كريّات متماثلة ولا نفرق بينها باللّمس منها: 3 كريّات خضراء وكريّتان حمراوان وكريّة بيضاء واحدة. نسحب عشوائيا من الصندوق U_1 كريّتين في آن واحد ونعتبر الحادثتين:

E : « الحصول على كريّة حمراء واحدة فقط » ، F : « الحصول على كريّتين من نفس اللّون ».

1) احسب $P(E)$ احتمال الحادثة E

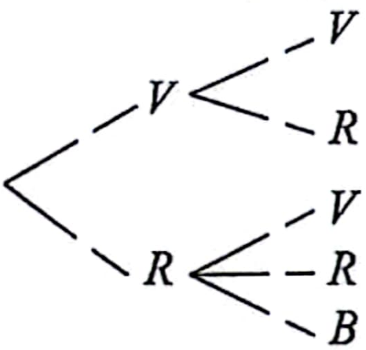
2) بيّن أنّ $P(F)$ احتمال الحادثة F يساوي $\dfrac{4}{15}$ ثمّ استنتج احتمال الحصول على كريّتين من لونين مختلفين.

II) يحتوي صندوق آخر U_2 على 6 كريّات متماثلة ولا نفرق بينها باللّمس منها: 4 كريّات خضراء وكريّتان حمراوان.

نرمز بـ V ، R ، B إلى خضراء، حمراء، بيضاء على الترتيب، ونسحب عشوائيا من U_2 كريّة واحدة ونسجّل لونها.

- إذا كانت الكريّة المسحوبة خضراء، نسحب كريّة أخرى من U_2 دون إرجاع الكريّة الأولى.

- وإذا كانت الكريّة المسحوبة حمراء، نسحب كريّة واحدة من U_1



1) انقل واملأ شجرة الاحتمالات المقابلة.

2) أ) ما احتمال الحصول على كريّة حمراء في السّحب الثاني؟

ب) بيّن أنّ احتمال الحصول على كريّة خضراء في السّحب الأول علما أنّ الكريّة الثانية المسحوبة حمراء يساوي $\dfrac{12}{17}$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) ادرس اتّجاه تغيّر الدّالة f المعرّفة على $[0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{5x}{2x+1}$

2) (u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0=3$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$

أ) احسب الحدّين u_1 و u_2 ثمّ خمّن اتّجاه تغيّر المتتالية (u_n)

ب) برهن بالتّراجع أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $2<u_n\leq 3$

جـ) ادرس اتّجاه تغيّر المتتالية (u_n)

3) (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=3^n\left(1-\dfrac{2}{u_n}\right)$

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسيّة أساسها $\frac{3}{5}$ ثمّ اكتب v_n بدلالة n

ب) استنتج بدلالة n حساب المجموع S_n حيث: $S_n=v_0+5v_1+5^2v_2+\cdots+5^nv_n$

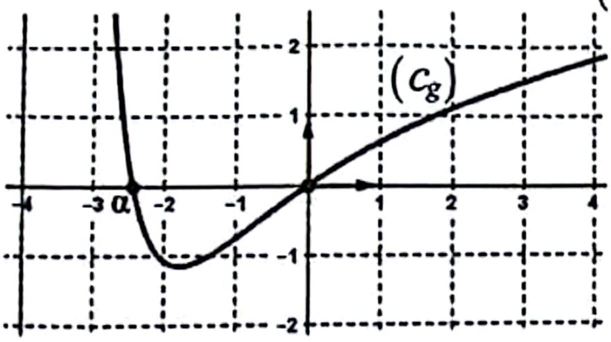
جـ) اكتب عبارة u_n بدلالة n ثمّ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

4) أ) تحقّق أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $\dfrac{6}{u_n}=3-\dfrac{1}{5^n}$

ب) استنتج بدلالة n حساب المجموع T_n حيث: $T_n=\dfrac{6}{u_0}+\dfrac{6}{u_1}+\cdots+\dfrac{6}{u_n}$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) g الدّالة المعرّفة على $]-4;+\infty[$ بـ: $g(x)=\dfrac{x^2+(x^2+8x)\ln(x+4)}{(x+4)^2}$



تمثيلها البياني (C_g) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما α و 0 كما في الشّكل المقابل.

1) بقراءة بيانية، حدّد إشارة $g(x)$ على $]-4;+\infty[$

2) تحقّق أنّ: $-2{,}5<\alpha<-2{,}4$

II) f الدّالة المعرّفة على $]-4;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^2\ln(x+4)}{x+4}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to-4\\>}}f(x)$ وبيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$

2) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ x من $]-4;+\infty[$ ، $f'(x)=g(x)$

ب) استنتج اتّجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) أ) عيّن فاصلتي نقطتي تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.

ب) احسب $f(2)$ ، $f(4)$ ثمّ ارسم (C_f) (نأخذ: $f(\alpha)\simeq1{,}7$)

4) عيّن قيم العدد الحقيقي الموجب تماما m حتى يكون للمعادلة: $f(x)=\ln m$ ثلاثة حلول مختلفة.

5) h الدّالة المعرّفة على $]-4;+\infty[$ بـ: $h(x)=\dfrac{(x^2+1)\ln(x+4)}{x+4}$ ، (C_h) تمثيلها البياني.

أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ x من $[-3;0]$ ، $h(x)-f(x)\geq0$

ب) احسب $\mathcal{A}$ مساحة الحيّز المستوي المحدّد بـ (C_f) ، (C_h) والمستقيمين ذوي المعادلتين: $x=-3$ و $x=0$

انتهى الموضوع الثّاني